

НАСТАВНО-НАУЧНОМ ВЕЋУ ФИЗИЧКОГ ФАКУЛТЕТА

УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

Пошто смо на I седници Наставно-научног већа Физичког факултета Универзитета у Београду у школској 2024/25 години одржаној 23. октобра 2024. године одређени за чланове Комисије за преглед и оцену докторске дисертације **”Various rogue wave clusters of the nonlinear Schrödinger equation”** (наслов на српском језику: **„Различити кластери изненадних таласа велике амплитуде код нелинеарне Шредингерове једначине”**), подносимо следећи

РЕФЕРАТ

1. Основни подаци о кандидаткињи

1.1 Биографски подаци

Сара Башир Алвушахи је рођена 30. августа 1985. године у Алајилату, Либија.

Основну школу је завршила 2000. године, а средњу школу 2003. године. Дипломирала је физику на Al-Ajaylat Al-Zawiya Универзитету 2007. године.

Стипендију либијске владе која се додељује изванредним студентима је добила 2009. године за мастер студије физике на Универзитету у Београду.

Мастер рад из области теоријске и експерименталне физике је одбранила 2012. године на Физичком факултету Универзитета у Београду. Назив мастер рада је био *„Проучавање утицаја величине магнетног поља на величину хистерезисних петљи”*. Ментор рада је био проф. др Ђорђе Спасојевић. Након тога је уписала докторске студије (у октобру 2017. године) и положила све предвиђене испите.

1.2. Научна активност

Сара Алвушахи се бави теоријском нелинеарном оптиком и динамиком нелинеарних система. На почетку својих докторских студија, кандидаткиња је започела рад на проучавању једнодимензионалне нелинеарне Шредингерове једначине (НЛШЈ) (енгл. *Nonlinear*

Schrödinger Equation - NLSE). Сара Алвушахи је анализирано простирање светлосних импулса са споро променљивом обвојницом (енVELOПОМ) у односу на брзе оптичке осцилације кроз нелинеарне дисперзивне средине и утврдила да под одређеним условима долази до уравнотежења нелинеарног фокусирања и дифракције. Кандидаткиња је утврдила да се непроменљиви временски облик обвојнице амплитуда код овог специјалног таласа рачуна према нелинеарној Шредингеровој једначини.

У другој фази свог научног ангажмана, Сара Алвушахи је проучавала технику Дарбуове трансформације (ДТ) (enGL. *Darboux Transformation* - DT). Кандидаткиња је написала компјутерски програм на програмском језику C++ према алгоритму ДТ који израчунава бројне вредности амплитуда, фаза и интензитета комплексне таласне функције код НЛШЈ у скупу одабраних (x,t) тачака просторно-временске равни са произвољном тачношћу. Као улазне параметре, програм узима ред n жељеног решења у ДТ алгоритму и потом скупове од n комплексних својствених вредности и n просторних и временских транслација у равни. На овај начин се добија матрица тачних бројева (а не аналитички израз који је исувише комплексан, дугачак и зато непотребан) која се исцртава у псеудо-колор скали и служи за даљу анализу облика и карактеристика добијених решења. Кандидаткиња је такође радила на изради софтвера за семи-аналитичко израчунавање интензитета таласне функције када нулто решење садржи дноидалну Јакобијеву елиптичну функцију. За разлику од полазног равноталаса у Дарбуовој шеми када се могу пронаћи тачна решења, код елиптичних функција се тачни изрази добијају само дуж једног правца у равни када је просторна координата једнака нули. Сара Алвушахи је написала програме који користе Рунге-Кута процедуру четвртог реда за нумеричко проналажење таласне функције ван овог правца.

У трећој фази, Сара Алвушахи је коришћењем развијеног софтвера проналазила нове класе решења НЛШЈ у форми различитих кластера (групација) циновских таласа (енGL. *Rogue Waves* - RW) на равној и елиптичној позадини. Први облик решења који је кандидаткиња пронашла су таласне функције које се одликују периодичним низом оштрих и изражених максимума интензитета дуж просторне t -осе. Други облик решења су мултиелиптични (или вишеелиптични) кластери циновских таласа који се одликују периодичношћу дуж просторне осе и максимумом интензитета у центру кластера који је окружен са неколико елипси (прстенова). Свака од елипси се састоји од Ахмедијевих бридера првог реда, а број ових слабијих максимума зависи од редног броја елипсе. Кандидаткиња је потом генерисала поменуте кластере нумерички на елиптичној позадини и показала да мултиелиптични кластер опстаје и када је формиран на дноидалним таласима малих амплитуда.

Четврта фаза научног рада кандидаткиње је обухватала теоријска истраживања претходно наведених решења НЛШЈ у циљу да се они израчунају у ДТ шеми нелинеарном суперпозицијом Кузњетсов-Ма солитона. Сара Алвушахи је извела једначине за израчунавање таласних функција са периодичним низом оштрих и изражених максимума интензитета дуж временске x -осе. Други облик решења које је Сара Алвушахи израчунала су мултиелиптични (или вишеелиптични) кластери циновских таласа, изграђени од Кузњетсов-Ма солитона, који се одликују периодичношћу дуж временске осе са израженим максимумом интензитета у центру кластера. Слично као за Ахмедијеве бридере, ова структура је окружена са неколико елипси (прстенова), а свака од њих се састоји од Кузњетсов-Ма солитона првог реда, при чему број ових слабијих максимума зависи од редног броја прстена.

Завршни корак научног рада кандидаткиње у овој фази су аналитичка израчунавања Кузњетсов-Ма кластера са израженим централним максимумом у координатном почетку из кога се дуж оба смера временске осе пружају дугачки трагови састављени од солитона првог реда. Сара Алвушахи је показала да ова решења нису периодична и да се добијају уопштењем услова сразмерности фреквенција за Ахмедијеве бридере са додатним транслаторним чланом.

До сада, Сара Алвушахи има два рада објављена у часопису категорије M21a и два саопштења са међународних скупова штампаних у изводу (M34).

2. Опис предатог рада

2.1 Основни подаци

Докторска дисертација кандидаткиње Саре Алвушахи, мастера физике, под називом "Различити кластери изненадних таласа велике амплитуде код нелинеарне Шредингерове једначине" (на енглеском језику: "Various rogue wave clusters of the nonlinear Schrödinger equation") написана је у потпуности под менторством вишег научног сарадника Института за физику у Београду, др Станка Николића, који у потпуности задовољава услове да руководи овом дисертацијом. Тема докторске дисертације под називом "Различити кластери изненадних таласа велике амплитуде код нелинеарне Шредингерове једначине" (на енглеском језику: "Various rogue wave clusters of the nonlinear Schrödinger equation"), прихваћена је на Колегијуму докторских студија Физичког факултета одржаног 05.07.2023. године на Физичком факултету Универзитета у Београду. На X седници Наставно-научног већа Физичког факултета Универзитета у Београду одржаној 20.09.2023. године усвојен је Извештај Комисије за оцену испуњености услова и оправданост предложене теме за израду

докторске дисертације и именован ментор за израду исте: др Станко Николић. Веће научних области природно-математичких наука Универзитета у Београду је на IX седници одржаној 11.12.2023. године дало сагласност на предлог теме докторске дисертације кандидаткиње Саре Алвушахи. На I седници Наставно-научног већа Физичког факултета Универзитета у Београду у школској 2024/25 години, одржаној дана 23.10.2024. године, одређени су чланови Комисије за припрему реферата на основу прегледа и оцене докторске дисертације.

Дисертација се састоји из 92 стране (без насловне стране, захвалнице, сажетка на српском и енглеском језику, садржаја, прилога, ауторове биографије и изјава) и написана је на енглеском језику. Дисертација је подељена у 6 поглавља (укључујући и библиографију). У тексту се налази 47 слика. У библиографији је наведено 84 референци.

2.2 Предмет и циљ докторског рада

Резултати у овој докторској дисертацији припадају области теоријске нелинеарне оптике и динамике нелинеарних система. Предмет докторског рада је проналажење нових аналитичких и нумеричких решења нелинеарне Шредингерове једначине у облику Ахмедиевих бридера и Кузњетсов-Ма солитона виших редова који се одликују израженим и оштрим максимумима интензитета на равној и елиптичној позадини.

Процедура Дарбуове трансформације која се користи за ефикасно аналитичко решавање НЛШЈ је техника детаљно описана у овом докторату. Она се може користити за свођење НЛШЈ на пар спрегнутих линеарних диференцијалних једначина полазећи од тривијалног решења нултог реда. Идеја је да се коришћењем инхерентних и сложених рекурзивних релација у ДТ шеми могу извести егзактна аналитичка решења првог или вишег реда. Знајући да ред решења n , комплексне својствене вредности и реални помераји дуж еволуционе и просторне осе одређују облик и расподелу интензитета решења НЛШЈ у просторно-временској равни, почетни корак у овој докторској дисертацији је било израчунавање комплексних решења НЛШЈ у форми сложене нелинеарне суперпозиције n основних градивних компоненти: Ахмедиевих бридера првог реда (АБ1) или Кузњетсов-Ма солитона првог реда (КМС1). Током научног ангажмана кандидаткиње утврђено је да се ова решења одликују усамљеним, јаким и оштрим максимумима интензитета који се зато могу назвати циновским таласима. Обиром да је детаљним прегледом литературе установљено да решења НЛШЈ у форми различитих кластера изненадних таласа велике амплитуде нису довољно истражена утрђени су главни циљеви ове докторске дисертације.

Први циљ је било утврђивање потребних услова за израчунавање једноставног низа циновских таласа дуж трансверзалне или еволуционе осе у форми Ахмедидејевих бридера или Кузњетсов-Ма солитона вишег реда. Претходно је било потребно написати софтвер који израчунава решење произвољног реда користећи технику Дарбуове трансформације, полазећи од унапред обезбеђених скупова комплексних својствених вредности, трансверзалних помераја и еволуционих помераја.

Следећи циљ је било генерисање мултиелиптичних кластера циновских таласа од Ахмедидејевих бридера или Кузњетсов-Ма солитона вишег реда са максимумом интензитета у центру кластера и окружујућим елипсама на којима леже максимуми првог реда. Слична решења су пријављена и разврстана у одређеном броју научних радова других аутора, али је начин на који су мултиелиптични кластери израчунати и описани у овој докторској дисертацији другачији, нов и једноставан. Такође, додатни циљ је било образовање ових формација на Јакобијевој елиптичној позадини што није примећено у постојећој литератури.

Последњи циљ је било израчунавање и одређивање особина апериодичних кластера циновских таласа састављених од Кузњетсов-Ма солитона вишег реда у центру и од дугачких трагова интензитета на којима се налазе КМС1. Трећа класа решења је у оквиру овог научног рада израчуната на равној и елиптичној позадини. Додатна намера је била да се покаже стабилност ових функција добијених нумеричком Рунге-Кута интеграцијом на дноидалној позадини.

2.3 Публикације везане за тему

Резултати ове докторске дисертације објављени су у два рада који нису за исту сврху коришћени у другим дисертацијама:

1. **Sarah Alwashahi**, Najdan B. Aleksić, Milivoj R. Belić, Stanko N. Nikolić: "*Kuznetsov–Ma rogue wave clusters of the nonlinear Schrödinger equation*". *Nonlinear Dynamics* **111**, 12495 (2023). Импакт фактор за 2022. годину: 5.6.
2. Stanko N. Nikolić, **Sarah Alwashahi**, Omar A. Ashour, Siu A. Chin, Najdan B. Aleksić, Milivoj R. Belić: "*Multi-elliptic rogue wave clusters of the nonlinear Schrödinger equation on different backgrounds*". *Nonlinear Dynamics* **108**, 479 (2022). Импакт фактор за 2022. годину: 5.6.

2.4 Преглед научних резултата добијених у дисертацији

Докторска дисертација Саре Алвушахи се састоји из 6 поглавља.

У првом поглављу су сумирани досадашњи резултати у области теоријске нелинеарне оптике и динамике који се односе на генерисање различитих класа решења и циновских таласа код НЛШЈ. Такође, представљена је и мотивација за израду ове докторске дисертације. Дат је преглед научног доприноса докторске дисертације, као и кратак и информативни преглед урађеног у склопу исте. Потом је укратко изложен садржај сваког поглавља унутар ове докторске дисертације.

У другом поглављу су описани основни појмови нелинеарне оптике. Наведено је да је темељ ове научне области нелинеарна веза између вектора електричног поља и поларизације у оптичкој средини кроз коју се простире електромагнетни талас. Помоћу теорије расејања, односно Борнове апроксимације, показано је да средина са нелинеарном оптичком поларизацијом у односу на побудно електрично поље сама постаје извор нових електромагнетних таласа чије се фреквенције подударају са оптичким осцилацијама поларизационог вектора. Наглашен је значај ласера као извора светлосног зрачења високог интензитета за експериментално постизање нелинеарних феномена у различитим срединама. Као примери најпознатијих нелинеарних ефеката описани су генерисање другог и трећег хармоника, мешања три и четири таласа (при чему могу настати нове оптичке компоненте са различитим алгебарским комбинацијама упадних фреквенција) и Керово самофокусирање. Потом је детаљно анализирано простирање светлосног импулса са споро променљивом обвојницом (у односу на брзе оптичке осцилације) кроз средину која је дисперзивна и нелинеарна. Најважнији резултат ове анализе је извођење нелинеарне Шредингерове једначине која под одређеним претпоставкама описује временску динамику поменутог таласног пакета када су иначе супротни ефекти дифракције и самофокусирања - уравнотежени.

У трећем поглављу ове докторске дисертације кандидаткиња је извела рекурентне релације у методи Дарбуове трансформације које се користе за тачно и аналитичко израчунавање решења НЛШЈ произвољног реда (сложености). Показано је како се решавање нелинеарне парцијалне диференцијалне једначине своди на израчунавање Лексовог пара који задовољава једноставнији систем две спрегнуте линеарне диференцијалне једначине. Показано је да је коришћење технике ДТ са пажљивим одабиром почетног тривијалног решења нултог реда ("семе" функција) и скупова својствених вредности, еволуционих помераја и трансверзалних

помераја главна метода у генерисању нових решења НЛШЈ у овој докторској дисертацији. Као илустрација применљивости ДТ израчунате су и потом представљене у графичком облику најједноставније али уједно и најважније функције које задовољавају НЛШЈ. То су следећа решења на равnoj позадини (са нултим или јединичним модулом): фундаментални солитон, Ахмедијеви бридери првог реда, Кузњетсов-Ма солитони првог реда и Перегринов солитон. Наглашено је да су АБ и КМС првог реда основни градивни блокови у израчунавању решења виших редова у процедури ДТ. На крају поглавља је детаљно приказан нумерички метод за израчунавање поменутих решења на таласастој позадини коју чине Јакобијеве елиптичне дноидалне функције.

У четвртом поглављу су приказани и детаљно анализирани сви научни резултати у овој докторској дисертацији. Прва класа решења НЛШЈ су комплексне функције са периодичним низом изражених и оштрих максимума интензитета дуж трансверзалне t -осе кад су имагинарни делови својствених вредности мањи од 1. У питању су Ахмедијеви бридери другог или вишег реда који се због великог интензитета у свом максимуму могу сматрати циновским таласима. Показано је да су потребни услови за њихово генерисање сразмерност фреквенција свих компоненти у ДТ шеми и нулти еволуциони помераји. Објашњено је да решење n -тог реда захтева n градивних бридера или солитона, при чему свака од ових компоненти има своју фреквенцију. Дате су једначине из којих је јасно да сразмерност фреквенција значи да i -та компонента има фреквенцију i пута већу од фреквенције прве компоненте. У тексту је даље наведено да се једноставни низови Кузњетсов-Ма солитона вишег реда који су периодични дуж временске x -осе добијају при услову за сразмерност фреквенција и нулте еволуционе помераје уколико су имагинарни делови својствених вредности већи од 1. Закључено је да се једноставном променом скупа комплексних својствених вредности добијају периодична појављивања циновских таласа са подесивим периодом и правцем простирања.

Потом је детаљно анализирана друга класа решења коју чине мултиелиптични кластери циновских таласа у форми сложених Ахмедијевих бридера и Кузњетсов-Ма солитона. Показано је да се ова решења добијају у ДТ шеми реда n под условима сразмерности фреквенција и за m једнаких и ненултих еволуционих помераја. Разлог њиховог настанка је објашњен релативним померањем градивних бридера или солитона једних у односу на друге уколико постоји транслација неких компоненти дуж еволуционе осе у Дарбуовој шеми. Предочено је да временски помераји ДТ компоненти слабе периодични низ из претходне класе решења и генеришу друге структуре на различитим местима у равни. Резултати у докторској дисертацији показују да се у оваквој конфигурацији параметара добијају

периодична решења у форми сложених вишеелиптичних структура, при чему се у центру једног кластера (сваки се бесконачно понавља дуж t - или x -осе) налази циновски талас који је Ахмедијев бридер или Кузњетсов-Ма солитон реда $n-2m$. На сликама се може приметити да овај уски и јак максимум окружује m прстена различитих димензија у просторно-временској равни. Објашњено је да се на свакој елипси налази одређен број АБ1 или КМС1 максимума: спољашњи прстен садржи $2n-1$ АБ1/КМС1, док се на свакој следећој према центру налазе по четири АБ1/КМС1 мање. Закључено је да дужина полуоса свих елипси (дуж еволуционе осе) расте са повећањем временских помераја, али да за довољно високе вредности долази до сатурације и кластери се деформишу.

Поменути кластери мулти-елиптичних циновских таласа су израчунати и на елиптичним дноидалним таласима. Приказана је трећа класа решења добијена додавањем новог сабирка у изразу за израчунавање имагинарних делова својствених вредности код услова сразмерности фреквенција за Ахмедијеве бридере. Објашњено је да добијене структуре вишу нису периодичне и да имају другачију расподелу интензитета у просторно-временској равни. Назване су кластери циновских таласа са дугим траговима интензитета. Дискутовани су различити примери решења n -тог реда са m једнаких ненултих помераја који садрже максимуме реда $n-2m$ у координатном почетку и n трагова састављених од Кузњетсов-Ма солитона првог реда. На сликама се уочава да се ови трагови простиру изнад и испод централног максимума дуж еволуционе осе. Додатно је установљено да се за парне вредности броја n добија m затворених петљи изнад и $m-1$ затворених петљи испод централног максимума. Анализом је утврђено да се и петље састоје од Кузњетсов-Ма солитона првог реда. На крају поглавља дат је пример кластера са дугим траговима интензитета израчунат на елиптичној позадини чиме је доказано да се ова решења НЛШЈ могу добити и нумерички упркос таласастој пертурбацији система.

У петом поглављу су сумирани сви резултати тезе у свеобухватном закључку и дати су предлози наставка истраживања започетих у реализацији ове тезе. Шесто поглавље садржи списак коришћених референци.

3. Списак публикација кандидаткиње

Радови у међународним часописима изузетних вредности (категорија M21a):

1. **Sarah Alwashahi**, Najdan B. Aleksić, Milivoj R. Belić, Stanko N. Nikolić: "*Kuznetsov–Ma rogue wave clusters of the nonlinear Schrödinger equation*". *Nonlinear Dynamics* **111**, 12495 (2023). Импакт фактор за 2022. годину: 5.6.
2. Stanko N. Nikolić, **Sarah Alwashahi**, Omar A. Ashour, Siu A. Chin, Najdan B. Aleksić, Milivoj R. Belić: "*Multi-elliptic rogue wave clusters of the nonlinear Schrödinger equation on different backgrounds*". *Nonlinear Dynamics* **108**, 479 (2022). Импакт фактор за 2022. годину: 5.6.

Саопштења са међународних скупова штампана у изводу (M34):

1. Stanko N. Nikolić, **Sarah Alwashahi**, Najdan B. Aleksić, Milivoj R. Belić: "*Rogue wave clusters of the nonlinear Schrödinger equation composed of Akhmediev breathers and Kuznetsov–Ma solitons*". The Ninth International School and Conference on Photonics - PHOTONICA2023, Belgrade, Serbia, 2023.
2. **Sarah Alwashahi**, Najdan B. Aleksić, Milivoj R. Belić, Stanko N. Nikolić: "*The rogue wave clusters of the nonlinear Schrödinger equation composed of the Kuznetsov–Ma solitons*". Photonics and Electromagnetics Research Symposium (PIERS2023), Prague, Czech Republic, 2023.

4. Закључак

На основу изложеног може се закључити да је кандидаткиња SARAH ALWASHANI у докторској дисертацији под називом „Различити кластери изненадних таласа велике амплитуде код нелинеарне Шредингерове једначине" (наслов на енглеском језику: “Various rogue wave clusters of the nonlinear Schrödinger equation”) остварила оригиналне научне резултате и дала значајан допринос у области квантне оптике и ласера (подобласт теоријска нелинеарна оптика). Резултати тезе су публиковани у међународним часописима и комисија на основу тога сматра да су задовољени сви услови за њену одбрану и

ПРЕДЛАЖЕ

Наставно-научном већу Физичког факултета Универзитета у Београду да се одобри јавна одбрана.

У Београду, _____ 2024. године

Чланови комисије

др Милорад Кураица, редовни професор
Физички факултет, Универзитет у Београду

др Александра Гочанин, доцент
Физички факултет, Универзитет у Београду

др Александра Стринић, научни саветник
Институт за физику у Београду