Универзитет у Београду - Физички факултет

Пријемни испит из математике, 30.6.2015.
(група **A**)

Име и презиме: ______________________________ Број пријаве: _______________

Тест се састоји од 20 задатака. Заокружује се један од три понуђена одговора. Сви задаци носе по 3 поена. Израда теста траје 180 минута.

1. Најкраће растојање од темена до наспрамне странице троугла се зове:

   а) кратица, б) висина, в) сечица.

2. Дужина веће дијагонале правилног шестоугла странице a је:

   а) $2a$ б) $6a$, в) $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

3. Дијагонале квадрата секу се под углом од:

   а) $180°$, б) $45°$, в) $90°$

4. Број $\sqrt[3]{4^6}$ је:

   а) рационалан, б) комплексан, в) ирационалан.

5. Вредност алгебарског израза $a^3 - 2a^2 + 5a + 10$ за $a = -1$ је:

   а) 6, б) 4, в) 2.

6. Модуо комплексног броја $z = \frac{1-i}{6+6i}$ је:

   а) $|z| = \frac{1}{6}$, б) $|z| = -1$, в) $|z| = 1$.

7. Решење ирационалне једначине $\sqrt{x-4} - \sqrt{2x-4} = -2$ је:

   а) $x = 2$, б) $x_1 = 4$, $x_2 = 20$, в) $x = 4$.

8. Решити неједначину $-\frac{(x-3)(x+3)}{x^2} > 0$.

   а) $x \in (-3, 3)$, б) $x \in (-3, 0) \cup (0, 3)$, в) $x \in (-\infty, -3) \cup (3, +\infty)$.

9. Решити једначину $(x-7)^2 - (x-6)^2 = 7$.

   а) $x = 6$, б) $x = 3$, в) $x_1 = 6$, $x_2 = 7$.

10. Решење експоненцијалне једначине $9^{x+2} = 9^x + 240$ у скупу $\mathbb{R}$ је:

    а) $x = \frac{1}{2}$, б) $x = 2$, в) $x = 1$.

11. Алгебарски израз $\frac{x^2+2x+1}{2x+2}$ за $x \neq -1$ је једнак изразу:

а) $\frac{x+1}{2}$, б) $\frac{x+2}{2}$, в)) $\frac{2}{x+2}$.

12. Број реалних решења једначине $|x-5| = -7$ је:

а) 12, б) 1, в) 0.

13. Решења једначине $(2x-1)^2 = 3x^2 - 8x - 2$ су:

а) $x_1 = -3, x_2 = -1$, б) $x_1 = -1, x_2 = -2$, в) $x_1 = i, x_2 = -1$.

14. Решење логаритамске једначине $1 + 2log_{10}x = log_{10}160$ је:

а) $x = 2$, б) $x = 4$, в) $x = 10$.

15. Нека је $f: \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ бијекција таква да за све $m, n \in \mathbb{N}$ из $m < n$ следи $m + f(m) < n + f(n)$. Одредити $f(2015)$?

а) 2013, б) 2014, в) 2015.

16. У троугао ABC са страницама BC = a, CA = b и AB = c уписан је круг. Једна тангента тог круга сече странице AC и BC у тачкама P и Q, редом. Одредити обим O троугла PQC.

а) $O = a + b - c$, б) $O = \frac{1}{2}(a+b+c)$, в) $O = 2a + b - 2c$.

17. У скупу реалних бројева решити систем једначина:

$x^{\sqrt[4]{x}+\sqrt{y}} = y^2 \cdot \sqrt[3]{y^2}$ и $y^{\sqrt[4]{x}+\sqrt{y}} = \sqrt[3]{x^2}$

а) $(x, y) = (1,1)$ и $(x, y) = \left(\frac{16}{81}, \frac{4}{9}\right)$,

б) $(x, y) = (1,1)$,

в) $(x, y) = (1,1)$ и $(x, y) = \left(\frac{16}{81}, 1\right)$.

18. Група од 300 људи са одређеним тегобама учествује у испитивању такозваног плацебо ефекта. Одређеном броју људи из ове групе дат је одговарајући лек, а преосталима лажни лек (лек који нема никакво дејство). Наравно, нико није знао да ли је добио прави или лажни лек. Испоставило се да је 20% оних који су добили прави лек рекло да не осећа никакво побољшање, док су преостали рекли да им је боље. Двадесет посто оних који су добили лажни лек је потврдило да им је боље, док су преостали из ове групе рекли да не уочавају никакву промену. Ако је укупно 40% људи који су учествовали у експерименту потврдило побољшање сопственог стања, одредити колико њих је добило прави лек?

а) 200 људи, б) 150 људи, в) 100 људи.

19. Одредити све комплексне бројеве z такве да важи $|z+2| = |1-\bar{z}|$ и $\mathrm{Re}\left(\frac{z}{2+3i}\right) = \frac{1}{13}$.

а) $z = \frac{1}{2} + \frac{2}{4}i$, б) $z = -\frac{1}{2} + \frac{2}{3}i$, в) $z = -\frac{3}{2} + \frac{5}{3}i$.

20. Функција $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, задата је са је $f(x) = 3x^2 + 4x + 1$, за свако $x \in \mathbb{R}$. Решити неједначину: $f(f(x)) \leq 0$

а) $x = -\frac{2}{3}$, б) $x \in \left[-\frac{2}{3}, \infty\right)$, в) $x \in \left[-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right]$.